의미

Wir bezeichnen die bestimmten Bedeutungen von z, Q für die Punkte O_0, O' durch entsprechende Indices und beschreiben (in T um O_0 als Mittelpunkt) einen beliebigen Kreis Θ, welcher sich nicht bis zur Begrenzung von T erstreckt und keinen Windungspunkt enthält. Führen wir Polarcoordinaten ein, indem wir $z - z_0 = re^{\varphi i}$ setzen, so wird die Function $\log(z - z_0) = \log r + \varphi i$. Der reelle Werth ändert sich daher im ganzen Kreise mit Ausnahme des Punktes O_0, wo er unendlich wird, stetig. Der imaginäre aber erhält, wenn überall unter den möglichen Werthen von φ der kleinste (최소) positive gewählt wird, längs des Radius, wo $z - z_0$ reelle positive Werthe annimmt, auf der

실수축

einen Seite den Werth 0, auf der andern den Werth 2π, ändert sich aber dann in allen übrigen Punkten stetig. Offenbar kann dieser Radius durch eine ganz beliebige (vom Mittelpunkte nach der Peripherie) gezogene Linie l ersetzt werden, so dass die Function $\log(z - z_0)$ beim Uebertritt des Punktes O von der negativen (d. h. wo nach Art. 8 p negativ wird) auf die positive Seite dieser Linie eine plötzliche Verminderung um $2\pi i$ erleidet, übrigens aber sich mit dessen Lage im ganzen Kreise Θ stetig ändert. Nehmen wir nun die complexe Function $\alpha + \beta i$ von x, y im Kreise $\Theta = \log(z - z_0)$, ausserhalb desselben aber, indem wir l beliebig bis an den Rand verlängern, so an, dass sie

1) an der Peripherie von $\Theta = \log(z - z_0)$, am Rande von T bloss imaginär wird,

다른경우에는

2) beim Uebertritt von der negativen auf die positive Seite der Linie l sich um $-2\pi i$, sonst aber bei jeder unendlich kleinen Ortsänderung um eine unendlich kleine Grösse von derselben Ordnung ändert,

was immer möglich sein wird, so erhält das Integral

$$\int\left(\left(\frac{\partial\alpha}{\partial x} - \frac{\partial\beta}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial y} + \frac{\partial\beta}{\partial x}\right)^2\right) dT,$$

über Θ ausgedehnt den Werth Null, über den ganzen übrigen Theil erstreckt einen endlichen Werth, und es kann daher $\alpha + \beta i$ durch Hinzufügung einer (bis auf einen bloss imaginären constanten Rest) 초과, 나머지 bestimmten stetigen Function von x, y, welche am Rande bloss imaginär ist, in eine Function $t = m + ni$ von z verwandelt werden. Der reelle Theil m dieser Function wird am Rande $= 0$, im Punkte $O_0 = -\infty$ und ändert sich im ganzen übrigen T stetig. Für jeden zwischen 0 und $-\infty$ liegenden Werth a von m zerfällt daher T durch eine Linie, wo $m = a$ ist, in Theile, wo $m < a$ ist und die O_0 im Innern enthalten, einerseits und andererseits in Theile, wo $m > a$ ist und deren

한편으로는 다른한편으로는