

nicht unendlich viel = not infinitely many  
 durch eine trigonometrische Reihe. 235

viel = many

3.

Erst im Januar 1829 erschien im Journal von Crelle\*) eine Ab- 한반쪽은  
handlung von Dirichlet, worin für Functionen, die durchgehends eine  
Integration zulassen und nicht unendlich viele Maxima und Minima  
 haben, die Frage ihrer Darstellbarkeit durch trigonometrische Reihen  
 in aller Strenge entschieden wurde.

Die Erkenntniss des zur Lösung dieser Aufgabe einzuschlagenden  
 Weges ergab sich ihm aus der Einsicht, dass die unendlichen Reihen  
 in zwei wesentlich verschiedene Klassen zerfallen, je nachdem sie,  
 wenn man sämmtliche Glieder positiv macht, convergent bleiben oder  
 nicht. In den ersteren können die Glieder beliebig versetzt werden,  
 der Werth der letzteren dagegen ist von der Ordnung der Glieder ab-  
 hängig. In der That, bezeichnet man in einer Reihe zweiter Klasse  
 die positiven Glieder der Reihe nach durch

$a_1, a_2, a_3, \dots$

die negativen durch

$-b_1, -b_2, -b_3, \dots$

as well as

so ist klar, dass sowohl  $\sum a$ , als  $\sum b$  unendlich sein müssen; denn  
 wären beide endlich, so würde die Reihe auch nach Gleichmachung  
 der Zeichen convergiren; wäre aber eine unendlich, so würde die Reihe  
 divergiren. [Offenbar kann nun die Reihe durch geeignete Anordnung  
 der Glieder einen beliebig gegebenen Werth  $C$  erhalten.] Denn nimmt  
 man abwechselnd so lange positive Glieder der Reihe, bis ihr Werth  
 grösser als  $C$  wird, und so lange negative, bis ihr Werth kleiner als  
 $C$  wird, so wird die Abweichung von  $C$  nie mehr betragen, als der  
 Werth des dem letzten Zeichenwechsel vorausgehenden Gliedes. Da  
 nun sowohl die Grössen  $a$ , als die Grössen  $b$  mit wachsendem Index  
 zuletzt unendlich klein werden, so werden auch die Abweichungen  
 von  $C$ , wenn man in der Reihe nur hinreichend weit fortgeht, be-  
 liebig klein werden, d. h. die Reihe wird gegen  $C$  convergiren.

Nur auf die Reihen erster Klasse sind die Gesetze endlicher Sum-  
men anwendbar; nur sie können wirklich als Inbegriff ihrer Glieder  
 betrachtet werden, die Reihen der zweiten Klasse nicht; ein Umstand,  
 welcher von den Mathematikern des vorigen Jahrhunderts übersehen  
 wurde, hauptsächlich wohl aus dem Grunde, weil die Reihen, welche  
 nach steigenden Potenzen einer veränderlichen Grösse fortschreiten, all-  
 gemein zu reden (d. h. einzelne Werthe dieser Grösse ausgenommen),  
 zur ersten Klasse gehören.

\*) Bd. IV. pag. 157.

because