Werth erhalten; sie hat also keinen Grenzwerth, und $\int_a^b f(x)\,dx$ würde nach dem Obigen keine Bedeutung haben. Wenn aber alsdann

$$\int_a^{c-\alpha_1} f(x)\,dx + \int_{c+\alpha_2}^{b} f(x)\,dx$$

sich, wenn α_1 und α_2 unendlich klein werden, einer festen Grenze nähert, so versteht man unter $\int_a^b f(x)\,dx$ diesen Grenzwerth.

Andere Festsetzungen von Cauchy über den Begriff des bestimmten Integrales in den Fällen, wo es dem Grundbegriffe nach ein solches nicht giebt, mögen für einzelne Klassen von Untersuchungen zweckmässig sein; sie sind indess nicht allgemein eingeführt (받아들여지고) und dazu, schon wegen ihrer grossen Willkürlichkeit, wohl kaum geeignet.

[illegible] 거의 … 않다.

5.

Untersuchen wir jetzt zweitens den Umfang der Gültigkeit dieses Begriffs oder die Frage: in welchen Fällen lässt eine Function eine Integration zu und in welchen nicht?

Wir betrachten zunächst den Integralbegriff im engern Sinne, d. h. wir setzen voraus, dass die Summe S, wenn sämmtliche δ unendlich klein werden, convergirt. Bezeichnen wir also die grösste Schwankung (변동) der Function zwischen a und x_1, d. h. den Unterschied ihres grössten und kleinsten Werthes in diesem Intervalle, durch D_1, zwischen x_1 und x_2 durch D_2 …, zwischen x_{n-1} und b durch D_n, so muss

$$\delta_1 D_1 + \delta_2 D_2 + \cdots + \delta_n D_n \longrightarrow 0 \quad \text{as } \delta \longrightarrow 0$$

mit den Grössen δ unendlich klein werden. Wir nehmen ferner (furthermore) an, dass, so lange (so long ∞) sämmtliche δ kleiner als d bleiben, der grösste Werth (가장 큰), den diese Summe erhalten kann, Δ sei; Δ wird alsdann eine Function von d sein, welche mit d immer abnimmt und mit dieser Grösse unendlich klein wird. Ist nun die Gesammtgrösse (Gesamt, 전체의 모든) der Intervalle, in welchen die Schwankungen grösser als σ sind, $= s$, so wird der Beitrag dieser Intervalle zur Summe $\delta_1 D_1 + \delta_2 D_2 + \cdots + \delta_n D_n$ offenbar $\geqq \sigma s$. Man hat daher

$$\sigma s \leqq \delta_1 D_1 + \delta_2 D_2 + \cdots + \delta_n D_n \leqq \Delta, \text{ folglich } s \leqq \frac{\Delta}{\sigma}.$$

$\frac{\Delta}{\sigma}$ kann nun, wenn σ gegeben ist, immer durch geeignete Wahl von

[illegible]

~~$D_i \geq \sigma$~~

$\max D_i \geq \sigma$