

$$= \int \left(u \frac{\partial u'}{\partial p} - u' \frac{\partial u}{\partial p} \right) ds$$

wird, die Sätze des vorigen Art. Anwendung.

Machen wir nun in Bezug auf die Function u die Voraussetzung, dass sie nebst ihren ersten Differentialquotienten etwaige Unstetigkeiten jedenfalls nicht längs einer Linie erleidet, und für jeden Unstetigkeitspunkt zugleich mit der Entfernung ϱ des Punktes O von demselben $\varrho \frac{\partial u}{\partial x}$ und $\varrho \frac{\partial u}{\partial y}$ unendlich klein werden, so können die Unstetigkeiten von u in Folge der Bemerkung zu III. des vorigen Art. ganz unberücksichtigt bleiben.

Denn alsdann kann man in jeder (von einem Unstetigkeitspunkte ausgehenden) geraden Linie einen Werth R von ϱ so annehmen, dass

$$\varrho \frac{\partial u}{\partial \varrho} = \varrho \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \varrho} + \varrho \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \varrho}$$

← $\frac{\partial u}{\partial \varrho}$ ist die Richtungsableitung nach ϱ .

unterhalb desselben immer endlich bleibt, und bezeichnet U den Werth von u für $\varrho = R$, M (abgesehen vom Zeichen) den grössten Werth der Function $\varrho \frac{\partial u}{\partial \varrho}$ in jenem Intervall, so wird, in derselben Bedeutung genommen, stets $u - U < M (\log \varrho - \log R)^*$ sein, folglich $\varrho (u - U)$ und also auch ϱu mit ϱ zugleich unendlich klein werden; dasselbe gilt aber der Voraussetzung nach von $\varrho \frac{\partial u}{\partial x}$ und $\varrho \frac{\partial u}{\partial y}$ und folglich, wenn u' keiner Unstetigkeit unterliegt, auch von

$$\varrho \left(u \frac{\partial u'}{\partial x} - u' \frac{\partial u}{\partial x} \right) \text{ und } \varrho \left(u \frac{\partial u'}{\partial y} - u' \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

der im vorigen Art. erörterte Fall tritt hier also ein.

Wir nehmen nun ferner an, dass die den Ort des Punktes O bildende Fläche T allenthalben einfach über A ausgebreitet sei, und denken uns in derselben einen beliebigen festen Punkt O_0 , wo u, x, y die Werthe u_0, x_0, y_0 erhalten. Die Grösse

$$\frac{1}{2} \log ((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2) = \log r,$$

als Function von x, y betrachtet, hat alsdann die Eigenschaft, dass

$$\frac{\partial^2 \log r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \log r}{\partial y^2} = 0$$

wird, und ist nur für $x = x_0, y = y_0$, also in unserm Falle nur für Einen Punkt der Fläche T mit einer Unstetigkeit behaftet.

Es wird daher nach Art. 9, III., wenn wir $\log r$ für u' setzen,

$$\int \left(u \frac{\partial \log r}{\partial p} - \log r \frac{\partial u}{\partial p} \right) ds$$