

nur für eine einzige Function u das Integral Ω ein Minimum und die Variation erster ^{Ordnung} oder das h proportionale Glied in $\Omega(u + h\sigma)$,

$$2h \int dT \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial \beta}{\partial y} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right) = 0.$$

Aus dieser Gleichung folgt, dass das Integral

$$\int \left(\left(\frac{\partial \beta}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx + \left(\frac{\partial \beta}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) dy \right)$$

durch die ganze Begrenzung eines Theils der Fläche T erstreckt stets $= 0$ ist. Zerlegt man nun (nach der ^{vorhergehenden} Abhandlung) die Fläche T , wenn sie eine mehrfach zusammenhängende ist, in eine einfach zusammenhängende T' , so liefert die Integration durch das Innere von T' von einem festen Anfangspunkte bis zum Punkte (x, y) eine Function von x, y ,

$$v = \int \left(\left(\frac{\partial \beta}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx + \left(\frac{\partial \beta}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) dy \right) + \text{const.},$$

welche in T' überall stetig oder unstetig von der ersten Art ist und sich beim Ueberschreiten der Querschnitte um endliche von einem Knotenpunkte des Schnittnetzes zum andern constante Grössen ändert. Es genügt dann $v = \beta - u$ den Gleichungen

Satz 7

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x},$$

und folglich ist $u + v$ eine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{\partial (u + v)}{\partial y} - i \frac{\partial (u + v)}{\partial x} = 0$$

oder eine Function von $x + yi$.

Man erhält auf diesem Wege den in der ^{erwähnten} Abhandlung Art. 18 ^{mentioned} ~~ausgesprochenen~~ Satz:

Ist in einer zusammenhängenden durch Querschnitte in eine einfach zusammenhängende T' zerlegten Fläche T eine complexe Function $\alpha + \beta i$ von x, y gegeben, für welche

$$\int \left(\left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} - \frac{\partial \beta}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2 \right) dT$$

(durch die ganze Fläche ausgedehnt) einen endlichen Werth hat, so kann sie immer und nur auf Eine Art in eine Function von $x + yi$ verwandelt werden durch Subtraction einer Function $\mu + v i$ von x, y , welche folgenden Bedingungen genügt:

1) μ ist am Rande $= 0$ oder doch nur in einzelnen Punkten davon verschieden, v in Einigen Punkten beliebig gegeben.

boundary

2) Die Punkten um

und

durch die Querschnitte

Wenn α lich werden, von $x + yi$, einzelnen Punkten und es wird von $x + yi$ gar nicht an zweier solcher Art unstetig

Nach der von $x + yi$ stetigkeit des gegebene Unstetigkeiten dort als für jeden Punkt die vorgeschriebene Function von wie leicht zu Schlüsse durch

In der folgenden einer Me (dissertation*) drei vorhergehender Ue

Die erste verzweigten als dieselbe nicht

*) Grundlagen lichen complexen